Álgebra Lineal

Nombre: [illegible] *Carrera:* MATEMATICA
Turno: MAÑANA *L.U./Año:* 516/07

Segundo Parcial
8 de julio de 2008

1	2	3	4	5	Calificación
B-	—	—	B-	B-	I

Ejercicio 1.

Sea $f : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ definida por $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + x_2 + x_4, 3x_2 + 2x_4, x_3, -2x_2 - x_4)$. Decidir si existe una base B de $\mathbb{C}^4$ tal que

$$\| f \|_B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2.

(a) Sea $A \in \mathbb{R}^6$ tal que $(A^2+2A)(A^2+A-2) = 0$ y $tr(A) > 0$. Probar que A es diagonalizable.

(b) Probar que el resultado de (a) no es cierto en general si cambiamos $\mathbb{R}^6$ por $\mathbb{R}^7$.

Ejercicio 3.

(a) Definir la simetría (simetría respecto de un plano) $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que $f(3,3,3) = (1,5,1)$.

(b) Hallar una base ortonormal B respecto de la cual su matriz es diagonal y exhibir tal matriz.

Ejercicio 4. Sean en $\mathbb{R}^3$ las rectas L y L' definidas por las ecuaciones:

$$L = \begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_2 + x_3 = 2 \end{cases} \qquad L' = \begin{cases} x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

(a) Probar que L y L' son alabeadas.

(b) Definir (dando la expresión de $f(x_1, x_2, x_3)$) una transformación afín $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que $f(L) = L'$ y $f(L') = L$.

Ejercicio 5. Sea $A \in \mathbb{C}^{4\times 4}$ una matriz tal que su polinomio característico es $(X-1)^4$. Probar que A es semejante a A^2.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS